

## CAPÍTULO 10 MATEHEMATIKOS: DISPUESTOS A APRENDER

Marcus Vinicuis de Azevedo Basso\*  
Débora Laurino Maçada\*\*

### Resumen.

Éste artículo describe un ambiente cooperativo constructorista de aprendizaje de conceptos matemáticos. Tales conceptos están relacionados con recursos tecnológicos y resolución de problemas en un contexto de modelos de matemática elemental y desarrollo de proyectos de aprendizaje.

Palabras claves: Educación Matemática y Tecnología, Ambientes Cooperativo Constructivista.

### Introducción.

No son recientes las tentativas de reforma en la enseñanza – aprendizaje de la Matemática. Piaget (1966) se refiere a esas tentativas que se expresan en publicaciones de la época (Enseñanza de la Matemática, 1996):

“... La triste paradoja que nos presenta el exceso de ensayos educativos contemporáneos es querer enseñar matemática moderna con métodos de verdad arcaicos, es decir, esencialmente verbal y fundada exclusivamente en la transmisión que en el re inventar y en el descubrir del alumno” (1988: p. 220)

La inserción de los recursos informáticos en la Educación, particularmente en la Educación Matemática tal vez sea una más de esas tentativas de la reforma. ¿Qué dirección y sentido está siguiendo dicha tentativa?

Pensar que cambios – necesarios – en la escuela ocurrirán con la implantación de los ambientes informatizados, con acceso a recursos de Educación a Distancia, sin considerar como esencial la formación de usuarios y productores de conocimiento, lleva al fracaso. Una equivocación semejante, es pensar que la falta de profesores, dado el creciente aumento del número de personas que procuran una vacante en la Escuela, puede ser resuelta solo con muchas computadoras y “animadores” en las salas de clases. La inserción de la informática en las Escuelas representará simplemente una panacea si se basa en las actuales propuestas que orientan la enseñanza actual.

Sobre esta cuestión, los siguientes planteamientos son contundentes:

“¿Cuál es el estado actual de la educación formal para las nuevas generaciones? La escuela es la institución destinada a garantizar esa educación a los niños a los adolescentes. La escuela se ha constituido en un lugar donde los grupos diversificados de “especialistas” intentan transmitir conjuntos estancos de información a grupos de alumnos que se espera aprendan las mismas cosas en un mismo tiempo. La productividad del sistema “sala de clase” es evaluada por las respuestas de los aprendizajes que son comparados a patrones deseables previamente definidos para todos. Así las cosas que deben ser enseñadas son escogidas y jerarquizadas por los que enseñan independientemente de las condiciones estructurales y funcionales de quienes deben aprender. Los criterios de esa selección se orientan a proporcionar una base de fundamentos comunes para cualquier futura profesión y, en la mejor de las hipótesis, a formar el ciudadano. El resultado actual presenta resultados mediocres. Los alumnos no aprenden una parte mínima de lo se pretende enseñarles y menos son capaces de aplicarlos a campos extra escolares. Mas aún, están desagrados. A los profesores se les pide, además de intentar acompañar el crecimiento y las reestructuraciones en los contenidos de sus áreas de especialización se apropien de las nuevas y tecnologías. Pero no reciben ayuda para comprender las conductas y actitudes de sus alumnos, para

---

\* Profesor del Instituto de Matemática de la UFRGS. Doctorando en Informática en la Educación en UFRGS. Investigador de LEC/UFRGS

\*\* Professora do Departamento de Matemática da Fundação Universidade Federal do Rio Grande

entender el por qué del fracaso, la violencia y el desinterés se convierten en el cotidiano de los ambientes escolares. Es comprensible que cualquier propuesta innovadora para mejorar ese cuadro sea recibida con mucha esperanza y corra el riesgo de convertirse en panacea. En muchos países grandes recursos se han invertido para informatizar las escuelas. Sin embargo los resultados que el uso de esas computadoras ha conseguido no aparecen tan espectaculares o al menos, menor a lo esperado. Pensar y utilizar ésta tecnología para repetir los procedimientos se daban en la escuela sin ella, probablemente mantendrá el estado actual de la educación. Fundamentalmente es descubrir cómo usarla para alcanzar resultados que aprovechen el máximo del rendimiento de sus características específicas e inusuales” Fagundes (1988)

Utilizar Internet, el correo electrónico, la WWW, la vídeo conferencia, en fin los medios de comunicación asociados a las redes de computadoras, para reproducir la enseñanza tradicional, nos parece una sub-utilización del potencial que ellas permiten, además de no ofrecer una alternativa que posibilite una toma de conciencia de los propios métodos y concepciones de enseñanza – aprendizaje en matemática.

Es común encontrar en sitios, páginas de profesores que colocan sus disciplinas a disposición de los alumnos, muchas de ellas conteniendo la bibliografía utilizada, el horario y local de las clases, las fechas de las pruebas, la “lista de ejercicios” y la dirección electrónica del profesor. Otras disciplinas o cursos disponibles en la Internet poseen el contenido, algunos ejemplos que sirven como “modelos”, ejercicios propuestos y la posibilidad de que ellos sean enviados para su corrección. En ambas propuestas dónde están:

- ¿Las experiencias?
- ¿La diversidad de contextos?
- ¿Los intereses?
- ¿Los talentos de los alumnos?
- ¿Los intercambios?
- ¿Las discusiones?

Podríamos entonces preguntarnos: ¿de esta forma, estamos intentando cambiar la metodología de trabajo con los alumnos? ¿Estamos preocupados con el desarrollo cognitivo de nuestros alumnos? ¿O será que estamos solamente agregando un nuevo recurso a la enseñanza tradicional, y más aún, ¿considerando que esas propuestas son innovadoras?

Pero, ¿cómo hacemos? ¿Qué propuestas teóricas y metodológicas podemos considerar para que el uso de recursos informáticos no sea una tentativa de reforma, más, y sí, una transformación en la educación matemática?

Dos son los factores que se constituyen en pilares importantes para la implementación de propuestas haciendo uso de las tecnologías de la comunicación e información:

- la creatividad de los educadores en la utilización de esos recursos tecnológicos y educacionales combinado con
- el conocimiento de desarrollo espontáneo y natural de las operaciones lógico matemática del pensamiento del niño e del adolescente.

Según Piaget (1966), ese desarrollo existe y debe ser alimentado, complementado y ampliado por una enseñanza adecuada:

“... en la medida en que el progreso de la matemática se remita a las fuentes de su construcción al mismo tiempo que amplía su dominio, va así al encuentro de ciertas estructuras fundamentales del espíritu...” (1998:220).

Según Loader (1995), históricamente el papel de la tecnología en la educación fue periférico y sumado al modelo de instrucción tradicional. Ahora existe una tecnología asociada al computador que puede ser transformada y que posibilita un trabajo esencialmente activo por parte de los estudiantes.

Afirmamos que una utilización más significativa de la tecnología, a favor de la educación, debe incluir dimensiones del desarrollo como: interacción, transacción, intercambio, comunicación bi o multidireccional, negociación, colaboración y cooperación. Además de pensar en Internet como un lugar o una “carretera expresa”, podemos considerarla como espacio donde es posible crear nuevos delineamientos sociales, como una comunidad, una construcción entre personas que comparten metas, valores y prácticas comunes.

En este trabajo describimos un ambiente cooperativo constructivista de aprendizaje matemática, o **Mathematikos**, levantamos algunas consideraciones sobre este ambiente así como la concepción con la cual

fue planeado y desarrollo. Posteriormente presentamos algunos resultados y finalmente hacemos algunas consideraciones sobre la utilización de ese tipo de trabajo en la construcción de conocimiento en Matemática.

¿Qué es Mathematikos?

¿Cuál es la concepción que originó Mathematikos?

A partir de las consideraciones ya señaladas, levantamos algunas cuestiones relacionadas con los objetivos y desarrollos de un proyecto, que consistió en la creación de un ambiente constructorista de aprendizaje en Matemática y Tecnología, bautizado **Mathematikos**, utilizando recursos de la WEB y aplicaciones de Matemática.

Este ambiente, generado y desarrollado durante la realización del curso de Doctorado en Informática en la Educación de la Universidad Federal de Río Grande del Sur, Brasil, nació a partir de una propuesta inserta en el Proyecto Multilateral de Formación de Profesores Vía Telemática / OEA / MEC / SEED / OEA – UFRGS – Instituto de Psicología – Laboratorio de Estudio Cognitivos.

Del conjunto del material analizado en la web, con sus múltiples características, optamos por la integración entre:

- El trabajo con situaciones aplicadas de Matemática Elemental;
- La proposición de desarrollo de proyectos en Matemática;
- Fomentar la necesidad de elaborar modelos (elementales) de Matemática para encontrar soluciones de problemas;
- El uso de recursos informáticos en el tratamiento de datos y resolución de ecuaciones.

El propio nombre Mathematikos fue objeto de estudios en el sentido de caracterizarlo con un espacio que contribuyese para la construcción de conocimiento de matemática. Los “griegos” fueron la fuente para el nombre y citamos a Papert (1994) para corroborar nuestra perspectiva de trabajo:

“... para ilustrar la laguna en nuestro lenguaje y mi propuesta de llenarla, considere la siguiente frase: Cuando aprendí francés, adquirí conocimiento \_\_\_\_ sobre el lenguaje, conocimiento \_\_\_\_ sobre el pueblo y conocimiento \_\_\_\_ sobre aprendizajes. Personas de lengua y cultura llenaron los primeros dos espacios sin problemas; sin embargo, el lector tiene dificultad en encontrar una palabra para llenar el tercer espacio. Mi candidata es Matética, y por medio de eso restituí un robo semántico perpetrado por mis ancestros profesionales, que robaron la palabra Matemática de una familia de palabras griegas relacionadas al aprendizaje. Mathematikos significa “dispuesto a aprender”, methema era una “ligazón” y manthanein era el verbo “aprender”.

En Mathematikos creamos un espacio para el intercambio y construcción de conocimiento en matemática. Partimos de la idea de que las personas en búsqueda de información elaboran y re-elaboran sus teorías a través de los intercambios. Los intercambios considerados en este trabajo, se refieren a dos tipos: intercambio con otros sujetos, colegas, profesores e intercambios con el propio sitio como consulta a las páginas, publicación de material y soluciones para desafíos, registros de opiniones, bajada de documentos y software “free” de matemática.

### **Mathematikos está formado por varias secciones. ¿Por qué?**

Desde su implementación el sitio pasó por varias modificaciones. En la primera versión, fue utilizado esencialmente como soporte para el desarrollo de los trabajos en disciplinas de formación inicial de graduados en Licenciatura en Matemática. La utilización, por parte de esos estudiantes, de las diversas secciones y de los mecanismos de interacción creados en esa versión, proporcionando indicadores para el desarrollo de una segunda versión. En ella fueron mejoradas las posibilidades de interacción existente y creadas nuevas posibilidades de intercambio entre sus usuarios. (Fig. Página de entrada del ambiente – versión 2)

En el cuadro siguiente presentamos los recursos existentes en la primera y en la segunda versión del sitio.

<b>Primera Versión</b>	<b>Segunda Versión</b>
Secciones de Desafíos y Entretención matemáticos con formularios para envío y registro de soluciones	Trabajos publicados por alumnos del curso de Licenciatura en Matemática – UFRGS

<p>(utilizando CGI). Formularios para comentarios de alumnos y profesores (utilizando CGI)</p> <p>Agenda para comunicaciones on-line y Chat</p> <p>Sugerencias para el desarrollo de Proyectos integrando Matemática y otras áreas del conocimiento Registro de proyectos</p> <p>Software freeware y shareware de Matemática disponibles para download</p> <p>Sección para divulgación de Textos sobre la utilización de las Nuevas Tecnologías en EAD</p> <p>Sección de direcciones de otros ambientes en Internet.</p> <p>Sección Portafolios que posibilita el registro de los trabajos desarrollados por grupos cooperativos o registros individuales. Este material permite que los grupos o los sujetos, individualmente acompañan su propio desarrollo que dice respecto al aprendizaje en Matemática y Tecnología.</p> <p>Trabajos del artistas gráfico holandés M. C. Escher (con licencia para utilizar reproducciones del artista). Material de ayuda para utilización de software como Excel (planilla de cálculo), Graphematica (dibujador de gráficos), Euklid y Dr Geo (geometría dinámica)</p>	<p>Curso de Geometría para profesores de la Red Municipal de Enseñaza de Puerto Alegre. Trabajos publicados por alumnos del curso de Especialización en Matemática – Fundación Universidad Federal de Río Grande (FURG) CGI para subir los trabajos de los alumnos del curso de Licenciatura en Matemática – UFRGS Materiales específicos para el desarrollo de trabajo a distancia con profesores. Sumar nuevos software freeware y shareware de Matemática disponible para ser bajado. Materiales específicos para el desarrollo de trabajos a distancia con alumnos del curso de Licenciatura en Matemática – UFRGS Software freeware y shareware para construcción y visualización de páginas en la WEB (editores gráficos, editores de HTML, browser) disponibles para download Sección Webfolio que posibilita el registro de los trabajos desarrollados por grupos cooperativos o registros individuales. Este material permite que los grupos o los sujetos, individualmente acompañan su propio desarrollo que dice respecto al aprendizaje en Matemática e en Tecnología. Contraseña para el envío de archivos y construcciones de los webfolios.</p> <p>Tutoriales para construcción de páginas en HTML elaboradas por alumnas de la Licenciatura en Matemática de UFRGS (Castigo, M e Fabre, M.) Recursos de navegación en java escript Utilitarios disponibles para download</p>
--	---

En la segunda versión del sitio agregamos, a los recursos ya existentes, nuevos espacios para que profesores y alumnos publiquen sus materias, perfeccionen aspectos técnicos para navegación de páginas, además de incrementar los recursos de interactividad a fin de facilitar la comunicación entre los usuarios.

Los principios que enmarcan la selección relacionada al crecimiento de nuevos recursos, se insertan principalmente en las investigaciones realizadas (Fagundes, I., 1991, Fagundes, I. Y Basso, M. V., 1997) por el equipo de investigadores del Laboratorio de Estudios Cognitivos – Instituto de Psicología – Universidad Federal de Río Grande del Sur, coordinado por Dra. Léa Fagundes. Tales selecciones también están basadas en la información expresada en artículos que tratan la interactividad en la Educación a Distancia haciendo uso de recursos de la WEB (Blois, M., Choren, R.E Flux, H., 1998).

Dentro de los mejoramientos realizados en los diversos espacios del sitio, de modo de constituirse en un ambiente de aprendizaje, realizamos la implementación de sistemas que comportasen la interacción e intervención de los usuarios. Aquí fue fundamental el intercambio con el equipo de programadores del Laboratorio de Estudios Cognitivos. Este equipo creó CGI's (Common Gateway Interface) que, asociadas con el uso de formularios en páginas html, permiten la generación de páginas dinámicas.

Estos recursos de interacción, asociados a diversas propuestas para el desarrollo de proyectos, contemplan la idea de desafiar los usuarios en el sentido que usen diferentes raciocinios creativos y originales, estrategias, investigaciones para emprender posibles planos de acción para resolver problemas y buscar refinamientos o soluciones distintas. Con esos se pretende que los usuarios se enfrenten con problemas que pueden ensayar la realización de deducciones, establecimientos de relaciones con otros problemas, generalización y aplicaciones dentro y fuera de la propia Matemática.

Desde la creación de **Mathematikos**, constatamos a través de los registros y publicaciones de materiales por parte de la comunidad que ellos utilizaron, o establecimiento de una relación comprometida con la construcción del propio conocimiento y con la cooperación. La tecnología, la(s) matemática(s), los sujetos y, principalmente, las relaciones por ellos establecidas, son los “ingredientes” que, de forma integrada componen ese ambiente. En la próxima sección presentaremos algunos resultados obtenidos utilizando el sitio.

### Prototipo de Trabajos Desarrollados en el Sitio y Resultados

La primera versión del ambiente Mathematikos fue utilizada con los alumnos de las disciplinas Enseñanza – aprendizaje de la Matemática Elemental IV y Laboratorio en Enseñanza de Matemática Elemental I, ambas del Curso de Licenciatura en Matemática de la UFRGS, en el segundo semestre de 1998. Esos alumnos fueron auxiliados en su aprendizaje de Matemática y nuevas Tecnologías a través del uso de software como planillas electrónicas, manipuladores simbólicos y paquetes específicos para determinados contenidos curriculares. Además de los programas comerciales Excel (planilla electrónica), Maple y Derive (manipuladores simbólicos, gráficos, etc) trabajamos con software en versiones freeware o shareware encontrados en World Wide Web (WWW). La lista de software analizados pasó la decena y de esos nos concentramos en la utilización de Graphmat (gráficos), Winplot (gráficos en 2D y 3D), DrGeo (geometría dinámica), GD (geometría descriptiva), Galton (probabilidades), HomeDesign 3D (representaciones en 2D y 3D) y el CD Escher Interactive – Explorando the Art de Infinite (trabajos del artista M. Escher). También Geometría Espacial, abordando “problemas de almacenamiento”.

Con los trabajos en proceso, pasamos a considerar la posibilidad de utilizar el ambiente virtual Mathematikos para publicar los trabajos producidos por los alumnos de las dos disciplinas lo que resultó en las publicaciones que pueden ser encontradas en <http://mathematikos.psico.ufrgs.br/disciplinas>.

En la disciplina Enseñanza – aprendizaje de Matemática Elemental IV, tópicos clásicos de Matemática fueron abordados: Geometría Analítica, Progresiones, Geometría Espacial, Probabilidades e Teoría de las Ecuaciones. A través de esos tópicos, procuramos crear situaciones de aprendizaje en que la atención sobre “**saber cómo se hace**” estuviese vinculada a la observación y reflexión sobre los conceptos matemáticos presentes. Para hacer posible el establecimiento de esas relaciones, fueron propuestas situaciones involucrando la creación de modelos matemáticos (elementales) y simulaciones, de forma que ellas posibilitasen el descubrimiento de propiedades y características de los objetos matemáticos aliada a la construcción de estrategias para resolver problemas.

También en el trabajo desarrollado con los alumnos de la disciplina citada, procuramos colocar en evidencia el papel que el profesor puede (debe?) asumir ante de las situaciones presentadas por alguna aplicación matemática. El conocimiento matemático puede ser construido utilizándose recursos informáticos pero no excluye ni sustituye el estudio de los objetos matemáticos a través de otros recursos. Enfatizamos que no podemos atribuir mágicamente al computador la tarea de resolver los problemas que involucran ecuaciones, simulaciones, gráficos, etc. Ese aspecto – o papel mágico que puede ser atribuido al computador o, la pérdida del sentido crítico – fue abordado a través de la búsqueda de soluciones para la ecuación  $(x^2 - 5x + 5)^{(x^2 - 9x + 20)} = 1$  (Coxford e Shulte, 1995), utilizando el programa DERIVE. Las soluciones presentadas por el programa se encuentran en la figura siguiente. (ver figura en Derive)

A partir del resultado presentado por el DERIVE colocamos a los alumnos las siguientes preguntas:  
 “¿Por qué el programa presenta estas tres soluciones si la ecuación tiene cinco soluciones?”

El estudio de las posibilidades, como también de los límites de los recursos computacionales en el aprendizaje de conceptos y estrategias en Matemática, pueden ser realizados a partir de situaciones como la descrita.

Boieri, Chiappini e Fasano (1996) y trabajos de otros autores, ven la necesidad de realizar una integración entre currículo de Matemática y Tecnología de la Información, enfatizando que tan integración es esencial en la formación de los futuros profesores. Esos trabajos focalizan el papel del profesor analizando las diferentes selecciones realizadas por los profesores frente a las reformas curriculares que contemplan la introducción de la Informática en los cursos secundarios. Los resultados de estos trabajos apuntan a que tales

selecciones de los profesores están íntimamente relacionada con sus concepciones sobre Informática en relación con la enseñanza – aprendizaje de la Matemática.

Analizar sus concepciones sobre Informática, Informática en la Educación, Matemática, el aprendizaje de cada uno y las posibles conexiones entre ellas es parte de esa formación, pues cualquier proceso de aprendizaje no está desvinculado del contenido en el contenido. La opción de una metodología de trabajo hace reflexionar la visión que tenemos del mundo y por ello la importancia de

“... comenzar por analizar la ciencia que se hace para que sea comprensible y eficaz a la crítica de la ciencia que se hace...”. (Santos, 1990)

Como escribimos anteriormente, el sitio sufrió una gran reformulación. Nuestra perspectiva es la de que lo mismo continúe siendo utilizado como un ambiente de aprendizaje para disciplinas de los Cursos de Licenciatura en Matemática de UFRGS y FURG, cursos de formación continua de profesores en Educación a Distancia en la perspectiva de trabajar con resolución de problemas, desarrollo de proyectos interdisciplinarios y construcción de modelos involucrando Matemática elemental y Nuevas Tecnologías.

El trabajo contempla Aplicaciones de Matemática Elemental, construcción de modelos de Matemática elemental y el uso de Nuevas Tecnologías relacionadas con posibilidades de implementación en salas de aula de enseñanza media y fundamental, nos llevó a investigar algunas propuestas sobre ese tema. En la próxima sección presentaremos una de las posibles características de Modelos Matemáticos y Aplicaciones de Matemática Elemental, dos de las dimensiones que se basaron en la realización de los trabajos desarrollado con los alumnos de la disciplina de Escenaza – aprendizaje de Matemática Elemental IV, utilizando el ambiente Matemáticos. Presentamos parte de los trabajos realizados con Teoría de Ecuaciones.

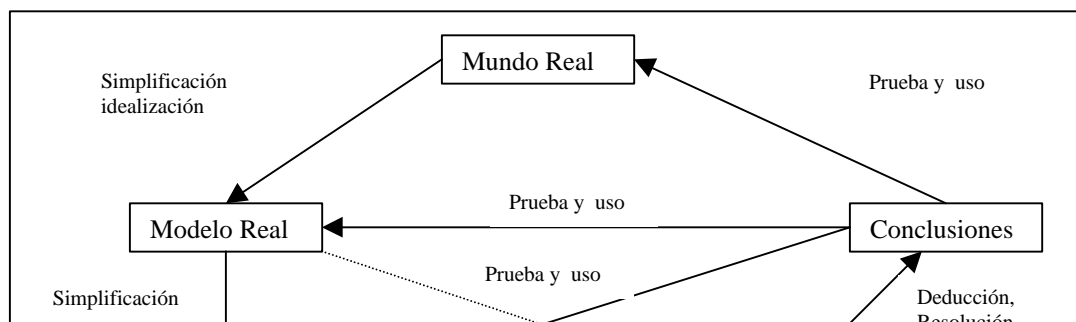
### Modelo Matemáticos y Aplicaciones de Matemática Elemental en la Sala de Aula.

Un modelos matemático de una situación problemática real constituye una representación matemática de una parte de la realidad (dada una situación concreta – como la determinación de la superficie corporal de una persona -, idea, objeto o fenómeno – la previsión del tiempo, por ejemplo). Esta representación es realizada a través de objetos, relaciones y estructuras de matemática (tales como tablas, relaciones funcionales, gráficos, figuras geométricas, etc.). En el caso del modelo propuesto por los fisiologistas (Aguilar et al. 1988) para el cálculo de la superficie corporal, el modelo se presenta en forma de una relación funcional entre las variables S (superficie) y P (peso) (ver <http://methematikos.psico.ufrgs.br/modelos.html>).

Matos (1995), escribe:

“Con un modelo se procura describir los elementos considerados como fundamentales en la situación, ignorándose deliberadamente los elementos tenidos como secundarios. Por tanto, en la medida que un modelo matemático tiende a ser una simplificación útil de aquello que pretende describir, el simplifica algunos aspectos de la realidad de forma de clarificar o resaltar más otros aspectos. Es típico de los buenos modelos la tendencia de no hacer demasiadas simplificaciones pero sí para resaltar los aspectos fundamentales de la situación.”

Usualmente el proceso de modelación es representado esquemáticamente en la forma de un ciclo, que puede repetirse con el objetivo de mejorar ajustándose a la situación que pretende modelar. Recorriendo autores, optamos por trabajar con el esquema propuesto por Kerr y Maki (1979), tomando en consideración la atención dada para el escenario pedagógico en que se puedan desarrollar los procesos de construcción y manipulación de modelos. Procurando convertir el trabajo de modelaje adecuado para la sala de aula de manera que los alumnos utilicen algunas ideas y los instrumentos matemáticos., Kerr y Maki agregan un paso intermedio entre el Modelo Real y el Modelo Matemático, representando en ele esquema por el Modelo para la Sala de Aula.



El esquema podría sugerir que los pasos a ser dados en construcción de un modelo, se dan de forma rígida y secuencial. Matos observa que “el proceso de modelación es visto como un conjunto de etapas evolutivas, que apenas idealmente se suceden en un determinado orden. En ese sentido, el no debe ser asumido como un proceso rígido, sino por el contrario, una o más etapas pueden ser combinadas o también omitidas en las actividades a desarrollar en la sala de clases.”

En el caso de los esquemas presentados, el ciclo de modelaje consiste en los siguientes pasos (adaptados de Matos, 1995):

- Identificación de un problema del mundo real.
- El problema es muchas veces modificado y simplificado con vista a ser descrito e términos razonablemente precisos y sucintos. Esa descripción del problema constituye el llamado modelo real. Se trata de un modelo que tiene en vista una idealización, o simplificación que fue hecha, esto es, no todos los aspectos de la situación real son incorporados en la descripción.
- Con el objeto de producir un ambiente para la Aplicación de la Matemática en la Sala de Aula, se agrega otra etapa, “que puede ser decisiva del punto de vista pedagógico” (Matos, 1995).
- El modelo real es aún más simplificado y presenta un contexto interesante y comprensible para el alumno, tornando viable la aplicación de algunos conceptos e ideas matemática presentes en la situación – problema. Llegamos al llamado modelo para la Sala de Clases y a su presencia se relaciona con el hecho del modelo matemático ha ser construido con fines didácticos.
- Conversación de aspectos y conceptos del mundo real en símbolos y representaciones matemáticas.
- Uso de instrumentos y técnicas matemáticas para obtener conclusiones con base en la utilización del modelo construido. La validez de un modelo puede ser cotejada a través de confrontar las conclusiones obtenidas a partir del modelo con la realidad. Mientras, durante todo el proceso de construcción de un modelo, pruebas pueden ser realizadas para cotejar la validez o no del modelo propuesto. Identificada algunas insuficiencias relevantes en el modelo, o sea su inadecuación para proporcionar informaciones útiles acerca de la realidad, el proceso debe ser retomado.

Con base en esta propuesta de modelos matemáticos y aplicaciones de Matemática Elemental fueron estructuradas algunas situaciones/ problemas para los alumnos de las disciplinas de Enseñanza – Aprendizaje de Matemática Elemental IV- 98/2. Tales situaciones vienen, desde entonces siendo desarrolladas con alumnos de graduación de la Licenciatura en Matemática de la Universidad Federal de Río Grande del Sur.

El problema del tanque, por ejemplo, es una de estas situaciones.

([http://mathematikos.psico.ufrgs.br/disciplinas/ufrgs/mat01041011/func\\_tanque.html](http://mathematikos.psico.ufrgs.br/disciplinas/ufrgs/mat01041011/func_tanque.html))

(Ver Fig.)

El diseño representa la sección transversal de un tanque cilíndrico. Considere las siguientes medidas del tanque: diámetro  $D$ , largo  $L$ , capacidad  $C$ , volumen del líquido en el tanque  $V$ , altura del líquido  $H$ , ángulo  $t$  (radianes).

1. Determine:
  - a)  $H(D, t)$ .
  - b)  $V(D, L, t)$
  - c)  $C(D, L)$
2. Suponiendo que el tanque cilíndrico del problema almacena combustible. Construya una tabla de paso constante de 5 cm en 5 cm ( $h$ ) para determinar el volumen ( $V$ ) del tanque. Obs. Tanque con 8 cm de largo y 4 de diámetro.
3. Un bombero de gasolinera colocó verticalmente en e tanque una regla graduada en centímetros marcando 78 cm. Él dispone solo de la tabla que usted construyó para determinar el volumen del

tanque. En ese caso, ¿qué puede ser hecho para determinar el volumen correspondiente a 78 cm? (Ayude al bombero a realizar esta tarea sin usar las expresiones analíticas que usted determinó en el ejercicio 1.)

4. ¿Ocurrió algún error en su método? ¿Alguien sale ganando (o perdiendo)?
5. En el caso de existir algún error, explique por qué ocurre.
6. Construya el gráfico de  $V(H)$  usando algún programa gráfico.
7. Considere la tabla que usted construyó con paso 5 cm.
  - a) ¿En qué “altura” de esta tabla los resultados para  $v(h)$  son más confiables?
  - b) ¿La confiabilidad es la misma cerca de 0 ó 180 grados? ¿Es diferente?
8. ¿Existen otras fuentes de error en la determinación del volumen del tanque? ¿En el caso de existir, qué recomendaciones pueden / deben ser hechas?

El trabajo contempló el uso de planillas de cálculo, editores de texto (doc y html), uso de correo electrónico, uso de formularios de sitios Mathematikos, realización de estimaciones, creación de modelos para simular los diferentes volúmenes relativos a una medida lineal (numéricos y algebraico), representaciones numéricas (tablas) y gráficos. Además del aprendizaje del uso de recursos tecnológicos y conceptos matemáticos, el problema propició la búsqueda de soluciones de una forma cooperativa. Otras situaciones que posibilitaron tal integración entre los conceptos y el desarrollo de trabajos en asociación (“parcerías”) cooperativa pueden ser encontrado en el sitio.

La construcción de un ambiente que provoque, de alguna forma, un mayor interés en la realización de los trabajos por parte de los alumnos, se constituye en unos de los principales resultados obtenidos en éste ambiente. Suponiendo que este hecho haya ocurrido, indica que todos los alumnos involucrado, en gran parte son por el compromiso que da el tener sus trabajos publicados.

Otros hecho interesante constatado – es que algunos alumnos fueron perfeccionando sus trabajos llegando a producir cuatro versiones para la misma tarea propuesta. Tales trabajos pueden ser encontrados en:

<http://methematikos.psyco.ufrgs.br/disciplinas/ufrgs/mat01195982/alunose4982.html>;

<http://methematikos.psyco.ufrgs.br/disciplinas/ufrgs/mat01193991/alunose2991.html>.

Esto contraría el tradicional compromiso didáctico entre profesores y alumnos en la perspectiva usual de la sala de clase. ¿A qué perspectiva nos referimos? A que, al ser propuesto el desarrollo de un determinado trabajo, algunos se sintieron sin compromiso con el producto del mismo. Observamos lo opuesto. Siendo que se había finalizado el compromiso formal e institucional determinado por el año calendario escolar, algunos alumnos continúan perfeccionando sus publicaciones en Mathematikos.

Nos referimos al perfeccionamiento matemático no solo en términos de cantidad de contenidos mas principalmente en cuanto a la comprensión de los conceptos matemáticos allí trabajados y relacionados, algunos ejemplos que permiten esa inferencia puede ser encontrados en las siguientes páginas del sitio:

<http://methematikos.psyco.ufrgs.br/disciplinas/ufrgs/mat01194991/trabse3991.html>;

<http://methematikos.psyco.ufrgs.br/disciplinas/ufrgs/mat0119399/trabsgbe2991.html>. Con sus

respectivos links.

El descubrimiento de la alumna-profesora Ka. Corrobora con esta inferencia:

“(…) Veo que la aplicabilidad de operaciones lógico matemáticas surgen a partir del espíritu de investigación cuando el alumno es estimulado a confrontarse con situaciones en forma de desafíos o pruebas(…)”

Otro aspecto, también importante a ser destacado, se refiere a la evolución de los alumnos que dice relación a la utilización de diferentes recursos informáticos en cuanto a la creciente calidad del material producido, o incremento de la utilización de software y la utilización de recursos informáticos de comunicación, en el cual destacamos el correo electrónico. En las direcciones de las páginas arriba citadas, e en los webfolios de los alumnos se encuentran ejemplos que sostienen esta constatación como también el descubrimiento de Ad. y Ka respectivamente.

“(…)en las primeras aulas quedé muy inquieto, pues parecía que no estaba aprendiendo nada, pero con conversaciones íbamos adquiriendo conocimientos, sin imaginar cuánto, fue ese momento que paré para pensar en lo que estaba aprendiendo, no era solo por desarrollo del proyecto, sino que también a través de las formas como aprendí trabajando en Word, en Excel,(…)”

“(…) tuve la oportunidad de explorar Excel, la Internet donde aprendí a hacer links, transformar imágenes para formato jpg, editar páginas explorar direcciones, aprovechar fondos y figuras de las direcciones ya disponibles, diferenciar un hipertexto de un texto,(…)”

El trabajo colaborativo y cooperativo realizado por los alumnos también se favoreció con la utilización del ambiente. Además de eso, la utilización de los diferentes aplicaciones matemática, a nuestro entender, importantes para la formación del futuro profesor, también los prepara para el diálogo con profesionales que actúan en otros contextos, más allá del académico.

### Consideraciones Finales.

Una primera conclusión, que sacamos, es de la necesidad de continuar probando las potencialidades de éste tipo de trabajo. Como escribimos anteriormente, el sitio sufrió una gran transformación. Nuestra perspectiva es la de que los mismo continúe siendo utilizado como ambiente de aprendizaje para la disciplinas de los Cursos de Licenciatura en Matemática de UFRGS y FURG, cursos de formación continua de profesores en Educación a Distancia en la perspectiva del trabajo con resolución de problemas, desarrollo de proyectos interdisciplinarios y construcción de modelos involucrando Matemática elemental y Nuevas Tecnologías.

Durante la realización de este trabajo nos cuestionamos si la propuesta a ser desarrollada no estuviese inmersa en este conjunto de situaciones en que el uso de computadores estaría sirviendo para hacer más eficazmente lo que la escuela tiene hecho: entorpeciendo la creatividad, raciocinio mediocre, analfabetismo en Matemática y, principalmente, la exclusión de los alumnos, o, resumidamente, excluyendo cada sujeto del procesos de conquista de ciudadanía.

Cómo podemos, en el contexto de éste tipo de trabajo, entender construcción de ciudadanía?. Una posibilidad sería para nosotros que tal construcción pasa por la apropiación de la tecnología y que éste apropiarse de la tecnología pasa necesariamente por la modificación de las relaciones entre profesores y alumnos re-significando sus papeles en la construcción de una propuesta de escuela democrática; pasa por la modificación de las relaciones entre escuela y comunidades; pasa por la asimilación por parte de los profesores de nuevas posturas frente a la organización del conocimiento; pasa por la elaboración de proyectos conjuntos entre alumnos y profesores, apropiándose de la tecnología a partir de los propios en desarrollo. La elaboración de proyectos que contemplan el estudio de diferentes realidades, de una forma integrada y que pueda construir para un modelo de escuela que pune, que excluye, que alimenta e retroalimenta el fracaso.

Por fin, en Mahematikos, cuyas características principales son: levantar interrogantes, desafíos y propuestas para el desarrollo de proyectos de aprendizaje, procuramos incorporar elementos básicos de interactividad que permitiesen a sus usuarios interactuar de forma más intensa.

Con esas características, aliadas a la perspectiva de trabajo con modelos matemáticos en un nivel elemental y trabajos al mismo tiempo con las dimensiones del “**saber hacer**” y “**comprender lo que se hace**”, esperamos estar contribuyendo para la formación de futuros profesores, en la medida en que su propio aprendizaje de Matemática e Tecnología está siendo favorecido.

### Referencias Bibliográfica.

- AGUILAR, A. XAVIER, A. E RODRIGUEZ, J. (1988) Cálculo para Ciências Médicas y Biológicas. ED. Harbra. São Paulo.
- BASSO, M. V. A., FAGUNDES, L. C., TAROUCO, L. M. R., COSTA, A.C. R. Educação Tecnológica em e na Educação Matemática – Aplicações da Matemática Elemental na Sala de Aula ou “Focinho de Porco Não é Tomada” Informática na Educação – Teoria e Prática. Revista do Curso de Pós Graduação em Informática na Educação – Universidade Federal do Rio Grande do Sul, outubro de 1999.
- BASSO, M. (1999). Educação Tecnológica, Informática Educativa em e na Educação Matemática: dúvidas temporais e certezas provisórias. VI Encontro Gaúcho e Educação Matemática. Osório: Facos-Facad.
- BLOIS, M., CHOREN, R. E FULKS, H. (1998) – CLEW – a collaborative learning environment for the WEB.
- BOIERI, CHIAPPINI E FASANO (1996). <http://www.ued.uniandes.edu.com>.
- COXFORD, A. E SHULTE, <sup>a</sup> (1995). As Idéias da Álgebra. São Paulo: Atual.
- FAGUNDES, L. (1988) Informática e Educação. VIII Congresso da Sociedade Brasileira da Computação.

- FAGUNDES, L. (1991). Projeto de Educação à Distância: criação de rede Informática para alfabetização em língua, Matemática e tecnologia. (Enviando ao CNPq).
- FAGUNDES, L. E BASSO, M. V. (1997). Informática Educativa e Comunidade de Aprendizagem. Em Azevedo e outros. Identidade Social e a Construção do Conhecimento. Porto Alegre: Secretaria de Educação de Porto Alegre.
- FAGUNDES, L. SATO, L. MAÇADA, D. (1999). Aprendizes do Futuro: As Inovações Começaram! Coleção: Informática para a mudança na educação. MEC/Proinfo. <http://mathematikos.psico.ufrgs.br>
- KERR, D. E MAKI, D. (1979). Mathematical Models to Provide Applications in the Classroom. Em: Sharron, S. e Reys, R. Applications in School Mathematics. National Council of Teachers of Mathematics.
- LOADER, D. (1995). Professional Development Requirements for Teachers. Capturado em 20 de Julio 1998. Online. Disponível na Internet <http://www.mlckew.edu.au/comuting/reflect/profess.htm>.
- MATOS, J. F. (1995). Modelação matemática. Universidade Aberta, Modena..
- PAPERT, S. (1994). Amáquinas das Crianças: repensando a escola na era da informática. Porto Alegre: Artes Médicas. 1994.
- PIAGET, J. A Iniciação à Matemática, a Matemática Moderna e a Psicologia da Criança (1966). In: PARRAT, Silvia, TRYPHON, Anastasia (Org.). Jean Piaget Sobre a Pedagogía. São Paulo: Casa do Psicólogo, 1998. p.217-221.
- PIAGET, J., INHELDER, B., GARCIA, R. E VONÈCHE, J. (1978). Epistemologia Genética e Equilíbrio. Lisboa: Livros Horizonte.
- SANTOS, B. S. (1990). Um Discurso sobre as Ciências. Coimbra: Edições Afrontamento.